**Nombre:**

**Actividad para desarrollar en clase**

Ahora trabajaremos con los sistemas de ecuaciones diferenciales no homogéneos. Para resolver este tipo de sistemas, nos apoyaremos en lo aprendido en la actividad anterior respecto a los eigenvalores y eigenvectores, e incluiremos el método de variación de parámetros que usa un poco de lo aprendido en la Unidad 2. En este caso, las soluciones del sistema estarán representados por , donde es la solución obtenida a partir de los eigenvectores y lo definiremos de la forma , donde es una matriz, conformada por los vectores solución de . A continuación se verá este método en los siguientes casos:

Sabemos que un SED homogéneo podemos representarlo de la forma

Ahora para los SED no homogéneo tendremos que la notación es

Donde representa las derivadas, representa la matriz de coeficientes que acompañan a las variables en el SED, representa al vector con las variables dependientes a trabajar y donde , representa el vector que contiene a las funciones en términos de la variable independiente.

a)

Para poder trabajar este problema, primero realizaremos los pasos que seguíamos en los SED homogéneos.

P1)

Para estos primeros pasos solo trabajaremos con la parte homogénea

P2) Cambiar matriz por

P3) Calcular

P4) Igualar , y encontrar los valores propios

De tal manera que

Por tanto los valores propios serían y .

P5) Sustituimos el valor de en la matriz

De tal manera que

P6) Definimos el vector propio , de tal manera que realizamos la multiplicación

Por lo tanto

Entonces

P7) Igualamos y obtenemos los valores de

Por lo que

De tal manera que se puede observar que

Y también

Por lo tanto las dos ecuaciones son iguales.

Proponiendo un valor ya sea para o para , tendremos nuestro vector propio.

Por lo tanto si , entonces .

Llegamos a que nuestro vector propio .

P8) Ahora Sustituimos el valor de en la matriz

De tal manera que

P9) Definimos el vector propio , de tal manera que realizamos la multiplicación

Por lo tanto

Entonces

P10) Igualamos y obtenemos los valores de

Por lo que

De tal manera que se puede observar que en ambas ecuaciones

Por lo tanto

Proponiendo un valor ya sea para o para , tendremos nuestro vector propio.

Por lo tanto si , entonces .

Llegamos a que nuestro vector propio .

P11) Expresamos la solución de la ecuación diferencial.

De tal manera que

y

La solución general para .

**Buscaremos la solución , sabiendo que** .

P12) Representar la función y calcularemos

Recordando que para matrices 2x2, la inversa se calcula de la forma

Si tenemos que es nuestra matriz base, entonces

Por lo tanto, para este problema tendremos que

P13) Realizando la multiplicación de

Sabiendo que

y que

Entonces

P14) Resolviendo

Tenemos que

Resolviendo integrales tenemos que

Por lo tanto

Tomando y , por tanto con integración por partes tendríamos que y . Por lo tanto

Y

También

Tomando y , por tanto con integración por partes tendríamos que y . Por lo tanto

Por último

Sustituyendo estos resultados en

Por lo tanto

P15) Realizaremos la multiplicación entre

Por lo tanto

Desarrollando

Por lo tanto

Esto se puede reescribir de la forma

P16) Escribiendo la solución general del SED no homogéneo.

Tenemos que

24.-

Para poder trabajar este problema, primero realizaremos los pasos que seguíamos en los SED homogéneos.

P1)

Para estos primeros pasos solo trabajaremos con la parte homogénea

P2) Cambiar matriz por

P3) Calcular

P4) Igualar , y encontrar los valores propios

De tal manera que

Por tanto los valores propios serían y .

P5) Sustituimos el valor de en la matriz

De tal manera que

P6) Definimos el vector propio , de tal manera que realizamos la multiplicación

Por lo tanto

Entonces

P7) Igualamos y obtenemos los valores de

Por lo que

De tal manera que se puede observar de la primer ecuación que

Y también

Por lo tanto las dos ecuaciones son iguales.

Proponiendo un valor ya sea para o para , tendremos nuestro vector propio.

Por lo tanto si , entonces .

Llegamos a que nuestro vector propio .

Cuando tenemos un valor propio repetido, en teoría debemos sacar dos vectores propios, por tanto para poder sacar un segundo vector propio a partir de este valor propio se realiza lo siguiente:

Primero proponemos el segundo vector propio . La forma de encontrar el vector propio es a partir de lo siguiente

Por lo tanto

Entonces

Lo que se hace en estos casos para no llegar a la misma solución anterior se realiza lo siguiente

Es decir,

Por lo tanto

De tal manera que para resolver el sistema si dividimos la segunda ecuación entre 2, entonces

Siendo iguales las dos ecuaciones, por tanto si despejo una de las dos variables, quedaría

Y por tanto

Por tanto si , entonces

Por lo que el

P8) Expresamos la solución de la ecuación diferencial.

De tal manera que

y

La solución general para .

**Buscaremos la solución , sabiendo que** .

P12) Representar la función y calcularemos

Recordando que para matrices 2x2, la inversa se calcula de la forma

Si tenemos que es nuestra matriz base, entonces

Por lo tanto, para este problema tendremos que

P13) Realizando la multiplicación de

Sabiendo que

y que

Entonces

P14) Resolviendo

Tenemos que

Resolviendo integrales tenemos que

Por lo tanto

Por lo tanto realizando la suma de fracciones quedaría

Por lo tanto,

Por tanto

De esa segunda ecuación, tenemos que

Y de la primer aecuación se tiene que

Por tanto

Sustituyendo en la integral, tenemos que

Por lo tanto

En la segunda integral

Por lo tanto realizando la suma de fracciones quedaría

Por lo tanto,

Por tanto

Por lo cual

Y sustituyendo en la primera ecuación

Y de aquí

Sustituyendo en la integral, tenemos que

Por lo tanto

Sustituyendo estos resultados en

Por lo tanto

P15) Realizaremos la multiplicación entre

Por lo tanto

Por lo tanto

P16) Escribiendo la solución general del SED no homogéneo.

Tenemos que

Lista de ejercicios 3. Unidad 4

Resuelva **3** de los siguientes ejercicios.

 

